ЗАНИМЛИВА МАТЕМАТИКА

1. Колико се пута употреби свака цифра за писање свих двоцифрених бројева?
2. Колико се може написати различитих четвороцифрених бројева стављајући уместо звездица цифре cifre 3\*\*4?
3. Колико има троцифрених бројева код којих је цифра стотина једнака цифри јединица?
4. Могу ли се међу бројевима: 11, 13, 17, 41, 53, 67, 83, и 91 изабрати три броја да им збир буде 100?
5. Колико се употреби цифара за писање свих двоцифрених бројева и свих троцифрених бројева?
6. Колико треба употребити цифара да би се нумерисала књига која има 421 страницу?
7. Да би се нумерисале странице неке књиге било је потребно 1244 цифре. Колико страница има та књига?
8. Дактилографкиња је откуцала један иза другог природне бројеве без размака: 12345678910111121214..... Откуцала је укупно 219 цифара. Колико је пута откуцала цифру 1?
9. За колико је већи збир свих непарних двоцифрених бројева од збира свих парних двоцифрених бројева?
10. Израчунати збир првих 100 природних бројева.
11. Дешифровати следеће сабирање: B + AAAA + AAAA = BAAAA. Слова A и B су различите цифре, при чему су све цифре A међусобно једнаке и исто тако све цифре B међусобно једнаке.
12. Може ли број 3478 бити производ два узастопна природна броја?
13. Запиши све двоцифрене бројеве користећи цифре 4 и 6.
14. Колико двоцифрених бројева можеш записати помоћу ове две цифре?
15. Ако су дате две цифре и ни једна од њих није нула, колико двоцифрених бројева можеш записати помоћу тих цифара?
16. а) Запиши све двоцифрене бројеве користећи цифре 7, 3 и 1.  
    б) Колико двоцифрених бројева можеш записати помоћу ове три цифре?  
    в) Ако су дате три цифре и ниједна од њих није нула, колико двоцифрених бројева можеш записати помоћу њих?
17. а) Запиши све двоцифрене бројеве помоћу цифара 2, 4, 6 и 8.  
    б) Колико двоцифрених бројева можеш записати помоћу ових цифара?  
    в) Колико двоцифрених бројева можеш написати помоћу четири цифре које су различите од нуле?
18. Одреди колико се двоцифрених бројева може написати помоћу:  
    а) пет цифара које су различите од нуле,  
    б) седам цифара које су различите од нуле,  
    в) девет цифара које су различите од нуле?  
    На основу решавања ових примера који закључак можеш извести о броју двоцифрених бројева који се могу написати помоћу датог броја цифара (које су различите од нуле)?
19. а) Напиши све троцифрене бројеве користећи цифре 8 и 9.  
    б) Колико је ових бројева?
20. а) Напиши све троцифрене бројеве користећи цифре 7, 5, 1.  
    б) Колико има ових бројева?
21. а) Напиши све цетвороцифрене бројеве користећи цифре 1 и 2.  
    б) Колико има ових бројева?
22. Колико се свега четвороцифрених бројева може написати помоћу цифара 0 и 1?
23. Одреди, не записујући бројеве, колико се свега петоцифрених бројева може записати помоћу цифара 3 и 4.
24. Колико се свега четвороцифрених бројева може записати, без коришћења цифре нула, помоћу:  
    а) једне цифре;  
    б) две цифре;  
    в) три цифре;  
    г) четири цифре;  
    д) пет цифара;  
    ђ) шест цифара?
25. Напиши троцифрени број коме је збир цифара 1.
26. Напиши 0 помоћу три петице.
27. Напиши (изрази) број 100 помоћу пет јединица.
28. Напиши број 100 помоћу пет тројки.
29. Напиши број 100 помоћу шест истих цифара.
30. Број 12 изразите са четири деветке.
31. Напиши помоћу четири четворке и знакова рачунских операција бројеве од 1 до 10. Можеш користити и заграде.
32. Број педесетпет изрази са пет четворки.
33. Напиши (изрази):  
    а) број 1 трима двојкама,  
    б) број 2 трима двојкама,  
    в) број 3 трима двојкама.
34. Помоћу девет цифара 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (не мењајући им поредак) и знакова рачунских операција приказати број 100. Наћи што више решења.
35. Напиши највећи и најмањи петоцифрени број цифрама 4, 7, 9, 0. Мора бити употребљена свака од датих цифара.
36. За колико је најмањи петоцифрени број већи од највећег четвороцифреног броја?
37. Колико има троцифрених бројева?
38. У броју 523685 прецртати (изоставити) три цифре тако да новодобијени број буде највећи.
39. У броју 523685 прецртати три цифре тако да новодобијени број буде најмањи.
40. Шта је веће: збир бројева 0, 1, 2, 3, 4, 5 или њихов производ?
41. Која су то два природна броја чији је збир већи од њиховог производа?
42. Која су то два броја чији је збир једнак њиховом производу?
43. Колико се добије када се 3 десетице помноже са 2 десетице?
44. Број 16 прикажи као збир два броја тако да њихов производ буде највећи.
45. Не вршећи множење, утврди и реци са колико се нула завршава производ свих природних бројева од 1 до 10 закључно?
46. Којом се цифром завршава производ свих непарних двоцифрених бројева?
47. Колико пута је милијарда већа од милиона?
48. За колико је милијарда већа од милиона?
49. Марко је из збирке задатака решио све задатке почевши са 50. задатком па закључно са 150. задатком. Колико је задатака решио?
50. Колико има милиметара у једном километру?
51. Колико квадратних милиметара има у квадратном метру?
52. Ако би се коцка од 1 кубног метра разрезала на коцкице од 1 кубног центиметра и добијене коцкице ставиле једна на другу, колико би био висок тако добијени стуб?
53. Роба тежине 125 kg размерена је у 40 врећа од 5 kg и 2kg. Колико је којих врећа?
54. Ако би се јабуке стављале у сандуке по 6 kg, онда би 8 kg јабука било више, а ако би стављали по 8 kg, онда би још могло стати 6 kg јабука. Колико је било сандука и колико јабука?
55. Јоца и Моца имају исти број кликера. Ако Јоца да Моци 10 кликера, онда ће Моца имати више кликера од Моце. За колико?
56. Канап треба поделити на 5 делова. На колико га места треба пресећи?
57. Саша је исекао канап на једнаке делове. Учинио је 10 резова. Колико је комада добио?
58. У корпи су 4 јабуке. Подели их четворици дечака тако да у корпи остане једна јабука и да сваки дечак добије по једну јабуку. Како ћеш то учинити?
59. Два коња, упрегнута у кола, прешла су 30 km. Колико је километара прешао сваки коњ?
60. У подне је из Београда за Загреб кренуо аутобус који сваког сата прелази по 60 km. Сат касније из Загреба је за Београд пошао камион који сваког сата прелази по 40 km. (Возила се крећу аутопутем).  
    а) Које је возило у моменту сусрета било даље од Загреба?  
    б) Колико километара су ова два возила била удаљена једно од другог на 1 сат пре сурета?  
    в) Колико су возила удаљена једно од другог 2 сата после сусрета?
61. Авион прелети раздаљину од A до B за 1 h 20 min, а од B до A лет му траје 80 минута. Како ћете то објаснити? Откуда та разлика?
62. Горело је 6 свећа на новогодишњој јелки, али су 4 свеће угасили. Колико ће их остати?
63. Пуж се пење уз стуб висок 15 m. Дању се попне за 3 m, а ноћу се спусти за 2 m. Којег ће дана стићи на врх стуба?
64. Одговорите брзо: Један штап има два краја, два штапа - четири краја, три штапа - шест крајева. Колико крајева имају три ипо штапа?
65. Ако у поноћ пада киша, може ли се очекивати да ће кроз 72 часа бити сунчано време?
66. Сваки од петоро браће има једну сестру. Колико у тој породици има деце?
67. У 7 кавеза смештено је 55 зечева. Зашто бар у једном кавезу мора бити непаран број зечева?
68. У суду од 10 литара налази се усуто 6 литара млека. Ако се у тај суд сипа још 6 литара млека, колико ће после тога у њему бити млека?
69. Треба 100 ораха поделити на 25 дечака тако да ниједан не добије паран број ораха. Да ли је то могуће?
70. Који знак треба ставити између 6 и 2 да би се добио број већи од 2 и мањи од 6?
71. Бројеви у сваком од следећих низова ређају се по неком правилу (специфичном за сваки низ посебно). Пошто утврдиш правило, продужи низ за још три члана (броја), тако што ћеш их уписати на црте:  
    а) 3, 7, 11, 15, 19, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_  
    б) 1, 2, 5, 6, 9, 10, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_  
    в) 19, 1, 17, 1, 15, 1, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_  
    г) 3, 6, 5, 10, 9, 18, 17, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_  
    д) 22, 19, 17, 16, 13, 11, 10, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_  
    ђ) 3, 4, 7, 12, 19, 28, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_  
    е) 11, 13, 17, 23, 31, 41, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_
72. Низ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... продужи за још 5 чланова.
73. У низу 2, 5, 8, 11, 15, 17, 20, ... један број је погрешно уписан. Замени га правим, да би се бројеви ређали по одређеном правилу.
74. Пронађи правило и упиши број који недостаје у табели:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 4 | 14 | 2 | 8 |
| 8 | 8 | 8 | 8 |
| 6 | 11 | 5 | ? |

1. Упишите број који недостаје у другом реду:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 16 | 28 | 41 | 58 | 74 |
| 37 | 49 | 62 | ? | 95 |

1. Збир два броја износи 330. Када се већем броју одбије с десне стране нула, ти бројеви постају једнаки. Који су то бројеви.
2. Када је пешак прешао половину пута и још 2 km, остало мује да пређе још четвртину пута и 6 km. Колико је дужина пута?
3. Трећина стуба је у земљи, половина у води, а изнад воде вири 1,5 m. Колика је дужина стуба?
4. Колико има троцифрених бројева који се могу поделити са 5?
5. Један радник може завршити посао за 4 сата, а други за 12 сати. За које време би обавили тај посао радећи заједно?
6. У мрачном предсобљу налази се 8 пари папуча. Колико папуча треба узети да би се међу њима нашла бар два пара папуча?
7. У продавници намештаја налазе се 14 канцеларијских столова с једном, две и три фиоке. Укупно у тим столовима има 25 фиока. Столова с једном фиоком има колико и са две и три фиоке заједно. Колико има столова са три фиоке?
8. Фудбалска лига има 18 клубова. Сваки клуб игра са сваким по две утакмице: једну на свом терену, другу у гостима. Колико се у лиги укупно одигра у току једне године?
9. Тома, Влада и Саша живе у истој улици али у различитим кућама. У истој улици налази се школа у којој они уче. Влада не станује ближе школи од Томе, а Саша не станује од школе даље него Тома. Ко од тих дечака трба кренути из стана пре свих, ко од њих креће после предходног И на крају, ко од њих чека предходно да би сви заједно ушли у школу?
10. У кавезима се налазе зечеви и фазани. Ове животиње имају укупно 35 глава и 94 ноге. Колико је фазана а колико зечева?

РЕШЕНИЈА

1. Нула се употреби на месту јединица по једном у свакој десетици: 9 × 1 = 9 пута. Остале се цифре употребе на месту јединица по једанпут у свакој десетици и на месту десетица које почињу том цифром 10 пута, укупно 9 + 10 = 19 пута.
2. На месту прве звездице могу се ставити свих 10 цифара, а на месту друге звездице може се ставити исто толико цифара, па се може написати 10 × 10 = 100 четвороцифрених бројева.
3. За исту цифру десетица постоји у свакој стотини 9 таквих бројева. Како се на месту десетица може ставити 10 различитих цифара, те ће таквих бити 9 × 10 = 90 бројева.
4. Не, јер су сви непарни. Збир 3 непарна броја је непаран број, а 100 је паран број.
5. Двоцифрених бројева има 90, па је за њих потребно 90 × 2 = 180 цифара. Троцифрених бројева има ima 900, а за њих треба 900 × 3 = 2700 цифара. Дакле, укупно је потребно 180 + 2700 = 2880 цифара.
6. За једноцифрене и двоцифрене бројеве употреби се 9 × 1 + 90 × 2 = 189 цифара. За троцифрене бројеве употреби се још (421 – 99) × 3 = 966 цифара. Према томе, укупно се употреби 189 + 966 = 1155 цифара.
7. За нумерацију троцифрених страница употребљено је 1224 – (9 × 1 + 90 × 2 ) = 1035 цифара, па је број троцифрених страница 1035 : 3 = 345, а укупан број страница је 99 + 345 = 444.
8. Откуцала је (219 – 189) : 3 = 10 троцифрених бројева, а за њих је употребила 11 јединица. За двоцифрене бројеве јој је требало 19 јединица и 1 јединица за једноцифрене, па је откуцала укупно 11 + 19 + 1 = 31 јединицу.
9. За сваки пар суседних бројева: 10, 11, 12, 13, 14, 15 итд. већи је непаран за 1. Таквих парова имамо 90 : 2 = 45, па је већи збир непарних бројева за 45 × 1 = 45
10. Можемо формирати збирове: 1 + 100, 2 + 99, 3 + 98, 4 + 97, ... , 50 + 51. Ти збирови се налазе на 50 места, а пошто је вредност од њих 101, то је укупан њихов збир 101 × 50 = 5050
11. Цифра B је при овом сабирању пренос и може бити 1 или 2. Ако је B = 2, онда би морало бити A = 9, а 2 + 9999 + 9999 = 2000, што не одговара условима задатка. Тачно решење је B = 1 и A = 9, односно 1 + 9999 + 9999 = 19999
12. Не може, јер се производ два узастопна природна броја завршава једном од цифара: 0, 2, 6, а овај број се завршава цифром 8.
13. 44, 46, 66, 64;
14. четири;
15. 15. 2 × 2 = 4
16. a) 77, 73, 71, 33, 37, 31, 11, 17, 13;  
    б) девет;  
    в) 3 × 3 = 9
17. а) 22, 24, 26, 28, 44, 42, 46, 48, 66, 62, 64, 68, 88, 82, 84, 86;  
    б) 16; в) 4 × 4 = 16
18. а) свега је 5 × 5 = 25 двоцифрених бројева;  
    б) 7 × 7 = 49; в) 9 × 9 = 81;  
    Број двоцифрених бројева који се могу написати помоћу датог броја цифара једнак је производу два чиниоца, од којих је сваки од њих једнак броју датих цифара.
19. а) 888, 889, 899, 898, 988, 989, 999, 998;  
    б) свега је 2 × 2 × 2 = 8 троцифрених бројева.
20. а) 777, 555, 111, 771, 717, 177, 711, 171, 117, 755, 575, 557, 775, 757, 577, 511, 151, 115, 551, 155, 515, 571, 751, 175, 157, 517.  
    б) Свега је 3 × 3 × 3 = 27 троцифрених бројева.
21. а) 1111, 2222, 1112, 1121, 1211, 2111, 1222, 2122, 2211, 2212, 2221, 1122, 1212, 2112, 2121, 1221;  
    б) Свега је 8 × 1 × 2 = 16 четвороцифрених бројева.
22. 8 четвороцифрених бројева: 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111.
23. Свега је 2 × 2 × 2 × 2 × 2 = 32 петоцифрена броја.
24. а) 1;  
    б) 16;  
    в) 81;  
    г) 256;  
    д) 626;  
    ђ) 1296.
25. 100
26. (5 – 5) ⋅ 5 или (5 – 5) : 5
27. 111 – 11
28. 33 ⋅ 3 + 3 ∶ 3
29. Нека решења:  
    100 = (11 – 1) ⋅ (11 – 1),  
    100 = (666 – 66) ∶ 6,  
    100 = 99 + 99 ∶ 99,
30. 9 + 99 : 9
31. Једна могућност:  
    1 = 44 ∶ 44,  
    2 = 4 ∶ 4 + 4 ∶ 4,  
    3 = (4 + 4 + 4) ∶ 4,  
    4 = (4 – 4) ⋅ 4 + 4,  
    5 = (4 ⋅ 4 + 4) ∶ 4,  
    6 = 4 + (4 + 4) ∶ 4,  
    7 = 4 + 4 – 4 ∶ 4,  
    8 = 4 + 4 + 4 – 4,  
    9 = 4 ∶ 4 + 4 + 4,  
    10 = (44 – 4) ∶ 4
32. 44 + (44 : 4)
33. а) 1 = 2 – 2 ∶ 2,  
    б) 2 = 2 ⋅ 2 ∶ 2,  
    в) 3 = 2 + 2 ∶ 2
34. Нека од решења су:  
    100 = 123 – 45 – 67 + 89,  
    100 = 123 + 45 – 67 + 8 – 9,  
    100 = 123 + 4 – 5 + 67 – 89,  
    100 = 12 + 3 – 4 + 5 + 67 + 8 + 9,  
    100 = 1 + 2 + 34 – 5 + 67 – 8 + 9,  
    100 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 ⋅ 9,  
    100 = 12 ∶ 3 + 4 ⋅ 5 – 6 – 7 + 89,
35. Највећи: 99740, Најмањи: 40079
36. За 1 = 10000 – 9999
37. Има 900 троцифрених бројева
38. Прецртати 5, 2, 3; остаје број 685.
39. Прецртати 5, 6, 8; остаје број 235
40. Већи је збир – за 15, производ је 0.
41. Један од тих бројева је 1, други произвољан.
42. Два решења: 2 и 2; 0 и 0.
43. Добије се 600, односно 60 десетица.
44. 8 + 8 = 16, 8 ⋅ 8 = 64, – што је веће од 9 ⋅ 7, 10 ⋅ 6, ..., 16 ⋅ 0.
45. Са две нуле: једна је од множења са 10, друга од множења са 2 са 5 (односно 4, 6, 8 са 5)
46. Цифром 5
47. 1000 пута
48. За 999 000 000
49. 101 задатак, јер 150 – 49 = 101 (пошто није решавао првих 49 задатака)
50. 1 000 000 mm (милион милиметара)
51. 1 000 000 (милион)
52. 1 000 000 cm = 10 000 m = 10 km
53. 15 врећа по 5 kg и 25 врећа по 2 kg
54. 7 сандука и 50 kg јабука.
55. За 20 кликера
56. На 4 места
57. 11 комада
58. Једноме дечаку дати корпу са једном јабуком у њој.
59. 30 km
60. а) једнако су далеко од Загреба,  
    б) 100 km,  
    в) 200 km
61. Нема шта да се објашњава: разлика је само привидна (у записивању времена). У оба случаја лет је трајао једнако, јер 1 h 20 min = 80 min
62. Четири – остале ће изгорети.
63. Стићи ће 13. дана
64. 8 крајева
65. Не, јер ће тада бити поноћ
66. Шесторо – 5 дечака и једна девојчица.
67. Ако би у сваком кавезу био паран број зечева, онда би их укупно био паран број, а 55 је непаран.
68. 10 литара
69. Није могуће, јер збир од 25 непарних сабирака не може бити паран број (100)
70. Знак одузимања или знак дељења.
71. а) 23, 27, 31;  
    б) 13, 14, 17;  
    в) 13, 1, 11; г) 34, 33, 66; - Удвостручи па умањи за 1, па опет...  
    д) 7, 5, 4; - Разлике: 1, 2, 3, па опет 1, 2, 3, ...  
    ђ) 39, 52, 67; - Разлике између суседних чланова чине редом низ непарних бројева: 1, 3, 5, 7, 9, ...  
    е) 53, 67, 83; - Разлике међу суседним члановима чине низ парних бројева: 2, 4, 6, 8, 10, ...
72. ... 34, 55, 89, 144, 199. - Сваки члан (почев са трећим) једнак је збиру претходна два члана. То је тзв. Фибоначијев низ.
73. Уместо броја 15 треба да стоји 14.
74. Недостаје број 8. Правило је: по колонама трећи број је полузбир прва два, на пример: (4 + 8) : 2 = 6, итд.
75. Упутство: Број у доњем реду већи је за 21 од одговарајућег броја у горњем реду. Дакле: ? = 79
76. Број 300 и број 30
77. 32 km
78. 9 m
79. 90
80. За три сата
81. Треба узети 10 папуча
82. Столова с једном фиоком има 7, а с две и три фиоке укупно такође 7. У тим столовима је 25 – 7 = 18 фиока, тада би укупно било 14 фиока, тј. за 4 мање него што је у ствари. Одговор: Са 3 фиоке су 4 стола, са 2 фиоке 3 стола и с једном фиоком 7 столова.
83. 306 утакмица
84. Влада треба кренути раније од свих, затим Тома и на крају Саша.
85. Четвртина већег броја је 7. Бројеви су 28 и 21.
86. Ако би у кавезу били само фазани , онда би број ногу био 70, а не 94. Према томе вишак од 24 ноге припада зечевима, њих је 12, а фазана...